|  |  |
| --- | --- |
| **Descripción: Descripción: escudo u de a** | **PROGRAMA OFICIAL DE CURSO** |
| **UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA** |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. **INFORMACIÓN GENERAL** | | | | | | | | | | | | |
| **Unidad Académica:** | | | Facultad de Educación | | | | | | | | | |
| **Programas académicos a los cuales se ofrece el curso:** | | | | | | Licenciatura en Matemáticas - Licenciatura en Educación Básica con énfasis en Matemáticas | | | | | | |
| **Vigencia:** | 2022-I / 2022-II | | | | | | |  | | 2096732 | | |
| **Nombre del curso:** | | | **Fundamentos de Análisis Real** | | | | | | | | | |
| **Área o componente de formación del currículo (pregrado):** Saber específico y disciplinar | | | | | | | | | | | | |
| **Área o componente de formación del currículo (posgrado):** Elija un elemento. | | | | | | | | | | | | |
| **Tipo de curso:** | | Teórico | | | **Créditos académicos[[1]](#footnote-0):** | | | | | | 3 | |
| **Características del curso:** Validable Habilitable ☒ Clasificable Evaluación de suficiencia ☒ | | | | | | | | | | | | |
| **Modalidad del curso:** Presencial | | | | | | | | | | | | |
| **Pre-requisitos:** | | | 2096532 (PR) 2096431 (PR) | | | | | | | | | |
| **Co-requisitos:** | | | No tiene | | | | | | | | | |
| **Horas docencia directa:** 5 | | | | |  | | **Horas de trabajo independiente :** | | | | | 4 |
| **Horas totales del curso:** 9 | | | | | | | | | | | | |
| **Profesor(a) que elaboró:**  **Gabriel Preja**  gabriel.pareja@udea.edu.co  **Orienta:**  Gabriel Pareja | | | | **Correo electrónico:** | | | | | gabriel.pareja@udea.edu.co | | | |

|  |
| --- |
| 1. **INFORMACIÓN ESPECÍFICA** |
| **Descripción general y justificación del curso:** |
| **Objetivo general:**  Conocer las propiedades algebraicas (de campo) y de orden de los números reales que fundamentan los conceptos y teoremas clásicos del análisis real, generando en los estudiantes comprensión, competencias y habilidades necesarias para enfrentarse a la solución de situaciones problema. |
| **Objetivos específicos:**   * Utilizar adecuadamente las reglas de inferencia básicas (axiomas y teoremas lógicos) y los métodos de demostración, para la deducción de tesis propuestas, en la construcción y propiedades del conjunto de los números reales. * Contribuir al desarrollo de habilidades matemáticas como: inferir, deducir, razonar y argumentar. * Incentivar al estudiante para que haga una construcción y reconstrucción de los conceptos básicos del análisis real y de las propiedades de las operaciones de los números reales desde su experiencia y esto lo refleje en su qué hacer como docente en formación. * Aportar a la formación del pensamiento crítico en los estudiantes, frente a lo que se dice y se acepta como verdadero; estudiantes hábiles para estructurar y analizar argumentos regidos por las reglas de la lógica y los axiomas campo. |

|  |
| --- |
| Se pretende dar una presentación de los elementos básicos del cálculo desde la perspectiva del análisis real que fundamenta procesos de optimización de funciones continuas sobre compactos.  El espacio de conceptualización Análisis Real pretende en un primer capítulo construir el conjunto de los números reales haciendo referencia a la comprensión del significado de los números, a sus diferentes interpretaciones, representaciones y propiedades que les permita una fundamentación de las operaciones suma y producto.  Se buscará con el estudio de los espacios métricos, formalizar la noción de distancia en contextos más generales.  Un concepto fundamental que se estudiará es el de completitud de los números reales y sus consecuencias, abriéndose camino hacia la comprensión de ideas fundamentales tales como sucesiones, convergencia y continuidad. Lo anterior asegurará la optimización de funciones, lo cual es una práctica frecuente en los cursos de cálculo sin fundamento riguroso. |

|  |
| --- |
| **Contenido:** |

|  |
| --- |
| **Eje Problémico 1. Relaciones, números racionales y números reales.**  **¿Cuál es el efecto de una relación de equivalencia sobre un conjunto? ¿Cuál es el efecto de una relación de orden sobre un conjunto? ¿Cuál es el efecto de una función sobre un conjunto?**  **Tiempo estimado: 12 Sesiones**  **CONJUNTOS**   * Pertenencia, inclusión, operaciones básicas (complemento, unión, intersección, partes) * Conjuntos de números.   **RELACIONES Y FUNCIONES**   * Producto cartesiano, dominio y codominio de una relación. * Algunas relaciones especiales: Reflexiva, Simétrica, Transitiva, Antisimétrica y ejemplos. * Definición y ejemplos de funciones * Funciones numéricas * Funciones 1 a 1, sobreyectiva y biyectivas. Definición y ejemplos. * Teoremas de Cantor. * Imagen directa e inversa, propiedades y ejemplos.   **LOS NÚMEROS RACIONALES**   * Relación de equivalencia, definición y ejemplos. * R-clases: conjunto cociente. * Construcción de los racionales a partir de una relación de equivalencia. * Operaciones con los racionales. * El campo de los números racionales. Propiedades. * Relaciones de orden. Definición y ejemplos. * Conjunto ordenado * El orden en Q (como campo). Propiedades. * ¿Todo campo puede ser ordenable? * Conjuntos acotados superior e inferiormente. * Supremos e ínfimos. Propiedades y caracterización. * Propiedades de la mínima cota superior en un campo ordenado. * ¿Es Q un campo ordenado completo? * Números irracionales.   **NÚMEROS REALES**   * Los números reales como único campo ordenado completo. * Axioma de completez. * Consecuencias del axioma de completez: Propiedad Arquimediana, existencia del ínfimo de un conjunto acotado inferiormente en R, existencia de las raíces cuadradas positivas de números positivos, ecuación cuadrática. * Presentación axiomática de los números reales. * Propiedades de campo y de orden.   **Bibliografía Básica.**  BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001.  RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real.  RESTREPO, Guillermo. Fundamentos de las matemáticas.  **Bibliografía Complementaria.**  APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverte.  **Eje Problémico 2. Espacios métricos.**  **¿Qué apariencia pueden tener los lugares geométricos clásicos, bajo cambio de métrica?**  **Tiempo estimado: 4 Sesiones**  **MÉTRICA O DISTANCIA**   * Definición de métrica y de Espacio métrico. Ejemplos. * Métrica usual en R * Métrica Euclideana en y caso general * Métrica Discreta * Métrica del máximo * Subespacios de un espacio métrico. Definición y ejemplos.   **CONJUNTOS ABIERTOS Y CERRADOS**   * Definición de bola abierta y bola cerrada. Ejemplos en las diferentes métricas. * Punto interior e Interior de un conjunto. Definición y ejemplos. * Conjuntos abiertos. Definición y ejemplos. * Vecindad * Conjuntos cerrados. Definición y ejemplos. * Conjuntos acotados en un espacio métrico.   **Bibliografía Básica.**  BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001.  RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real.  RESTREPO, Guillermo. Fundamentos de las matemáticas.  **Bibliografía Complementaria.**  APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverte.  **Eje Problémico 3. Sucesiones.**  **¿Qué características debe tener un espacio métrico para que el límite de toda sucesión convergente pertenezca a dicho espacio?**  **¿Todo espacio métrico es completo?**  **Tiempo estimado: 6 Sesiones**  **SUCESIONES CONVERGENTES**   * Sucesiones. Definición y ejemplos. * Límite de sucesiones. * Subsucesión. * Sucesiones de números reales. * Sucesiones decrecientes y sucesiones crecientes. * Completez. Sucesiones de Cauchy. * Espacio métrico completo.   **Bibliografía Básica.**  BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001.  RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real: Teoría Elemental. Primera edición. Centro editorial Universidad del Valle 1995.  RESTREPO, Guillermo. Fundamentos de las matemáticas.  **Bibliografía Complementaria.**  APOSTOL. Tom M. Análisis Matemático. Segunda edición. Editorial Reverté S.A. 1993.  **Eje Problémico 4. Continuidad.**  **¿Una función contínua sobre cualquier dominio, tiene como representación gráfica una curva que no presenta interrupciones en su trazado? ¿Por qué no hay garantía de soluciones a procesos de optimización asociados a funciones discontínuas?**  **Tiempo estimado: 7 Sesiones**  **CONTINUIDAD**   * Funciones continuas con valores en R. * Subconjuntos conexos y continuidad. * Subconjuntos compactos y continuidad. * Funciones uniformemente contínuas en intervalos compactos. * Productos cartesianos finitos. * Topología usual en   **Bibliografía Básica.**  BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001.  RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real: Teoría Elemental. Primera edición. Centro editorial Universidad del Valle 1995.  RESTREPO, Guillermo. Fundamentos de las matemáticas.  **Bibliografía Complementaria.**  APOSTOL. Tom M. Análisis Matemático. Segunda edición. Editorial Reverté S.A. 1993.  **Bibliografía Básica.**  RESTREPO, Guillermo. Los fundamentos de la Matemática. Universidad del Valle. 1998  BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001.  ZALAMEA, Fernando. Fundamentos de Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia.  APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverte. |
|  |
|  |

|  |
| --- |
| 1. **METODOLOGÍA** |
| Atendiendo los requerimientos de un Espacio de Conceptualización, se trabajará generando un espacio de discusión entre el saber específico y la manera como lo percibe el maestro en formación. Se entiende que en la asimilación de los contenidos no se puede separar el saber del hacer; saber es saber hacer algo: no puede existir un conocimiento sin una habilidad. La manera como se desarrollará el curso pretende aportar al desarrollo de habilidades matemáticas de forma consciente para explicar los conceptos básicos del análisis real, tales como propiedades de campo, espacios métricos, convergencia, compacidad y continuidad.  La metodología como herramienta facilitadora del aprendizaje debe promover la participación activa de los estudiantes, es por ello que se tendrán en cuenta:  Las construcciones conceptuales se iniciarán desde el trabajo previo, grupal, de los estudiantes; es decir, antes de un encuentro preparan un material: solución de una situación problemática, ampliación de una temática desde diferentes fuentes bibliográficas, talleres que propician la búsqueda de conjeturas y su posible argumentación, lecturas de demostraciones o reorganización de las mismas, etc.  El trabajo previo se socializará con el fin de relacionar y sistematizar las diversas elaboraciones y así emprender acciones que propendan por la formalización de los diferentes conceptos.  Periódicamente los estudiantes abordaran talleres que les permita interiorizar las conceptualizaciones adquiridas y ejercitar habilidades en torno a la argumentación y fundamentación de resultados matemáticos. También serán socializados con el propósito de contribuir a la cualificación de las producciones y reforzar posibles carencias conceptuales y procedimentales.  Se pretenden construir, entre otras habilidades matemáticas, la capacidad para definir y demostrar; que son las que por su propia naturaleza establecen el vínculo primario en el sistema de conocimientos. Igualmente se propende por habilidades como: interpretar, graficar, comparar y generalizar. Esto se logrará con la conjeturación y la resolución de problemas.  Dado el carácter teórico del curso se considera de vital importancia la presencia activa de los estudiantes en las sesiones correspondientes a las discusiones plenarias, las cuales se consideran de asistencia obligatoria (la fecha de las mismas será fijada de acuerdo con el desarrollo del curso). Se consideran de asistencia voluntaria aquellas que se definan como de asesoría o taller, las cuales serán dedicadas resolución de ejercicios, ampliaciones en fuentes bibliográficas y asesorías personalizadas. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. **EVALUACIÓN** | | |
| El curso se evaluará de la siguiente manera:  • Tres (3) pruebas parciales con un valor del 25% cada una, en las que se valorará la comprensión de los aspectos teóricos y prácticos del curso. La primera se realizará en la semana 7 del semestre, la segunda en la semana 14, y la última en la semana 17.  • Seguimiento, con un valor del 25% en el que se valorará la presentación de quices, la participación activa en la solución de talleres y ejercicios propuestos.  •  Nota aclaratoria: Las notas de las pruebas parciales y quices se ingresan al sistema tan pronto se generen, mientras que la nota del seguimiento y valoración de lecturas se ingresa al sistema al final del semestre. Sin embargo, cada actividad de seguimiento cuenta con unas fechas establecidas, porque dichas actividades son necesarias para la construcción de conocimientos colectivo en el aula en momentos muy específicos del curso. | | |
| **Actividad de evaluación** | **Porcentaje** | **Fecha** |
| Entrega de tarea grupal y sustentación semanal | 25 | A lo largo del curso |
| Primer examen parcial | 25 | 7 |
| Segundo examen parcial | 25 | 14 |
| Tercero examen parcial | 25 | 17 |

|  |
| --- |
| **Actividades de asistencia obligatoria[[2]](#footnote-1):** |
| El número de faltas de asistencia máxima permitida no puede superar las 12 horas, de lo contrario el curso se reportará "cancelado por faltas", lo que, para efectos del promedio crédito, equivaldrá a una calificación de cero, cero (0.0). ARTÍCULO 78. (MODIFICADO POR EL ACUERDO SUPERIOR No. 170 DE FEBRERO 3 DE 2000). |

|  |  |
| --- | --- |
| **Bibliografía:** | |
| **Bibliografía Básica.**   * RESTREPO, Guillermo. Los fundamentos de la Matemática. Universidad del Valle. 1998 * ALEKSANDROV y otros. La matemática su contenido métodos y significado. Tomos I al III editorial alianza.1981 * BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001. * NATIONAL COUNCIL TEACHERS OF MATHEMATICS. El sistema de los números Reales. Editorial Trillas. México 1970. * OLEAS, Grimaldo. Lógica y Teoría de Conjuntos. Universidad de Antioquia.1986 * RESTREPO, Guillermo. Los fundamentos de la Matemática. Universidad del Valle. 1998 * RESTREPO, Guillermo. Funciones de una variable real. * BARTLE, Robert; SHERBERT, Donald. Introducción al análisis matemático de una variable. Editorial Limusa Wiley. México. 2da edición en castellano. 2001. * ZALAMEA, Fernando. Fundamentos de Matemáticas. Universidad Nacional de Colombia. * APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverte. * APOSTOL, Tom. Análisis Matemático. Editorial Reverte. |  |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. **PROFESORES** | | | | | |
| **Nombres y Apellidos** | **Dependencia** | **Formación en pregrado y posgrado** | **Eje N°** | **N° Horas** | **Fechas** |
| Gabriel Antonio Pareja |  | Matemático y Magister en Educación Matemática. |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. **APROBACIÓN DEL CONSEJO DE UNIDAD ACADÉMICA** | | | | | | |
| Aprobado en Acta número del Haga clic aquí o pulse para escribir una fecha. | | | | | | |
|  |  |  |  |  |  |  |
|  | **Nombre Completo Secretario del Consejo de la Unidad Académica** |  | **Firma** |  | **Cargo** |  |

1. El número de créditos y la intensidad horaria debe estar acorde con el plan de estudios del programa para el que fue diseñado el curso. [↑](#footnote-ref-0)
2. Reglamento Estudiantil y Normas Académicas de Pregrado (Acuerdo 1 del 15 de febrero de 1981), artículos 77 y 78.

   Reglamento Estudiantil para los Programas de Posgrado (Acuerdo Superior 432 del 25 de noviembre de 2014), artículo 30. [↑](#footnote-ref-1)